

# Topología II

## Examen IX

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA





Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Topología II

# Examen IX

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Granada, 2025

**Asignatura** Topología II.

**Curso Académico** 2025/26.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Grupo Único.

**Profesor** José Antonio Gálvez.

**Descripción** Segundo Parcial.

**Fecha** 19 de diciembre de 2025.

**Duración** 1 hora.

**Ejercicio 1** (5 puntos). Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Existe una aplicación recubridora  $p : \mathbb{RP}^3 \rightarrow \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$ .
- b) Si  $X$  es un espacio topológico conexo y localmente arcoconexo tal que toda aplicación continua  $f : X \rightarrow \mathbb{S}^1$  se puede levantar a una aplicación continua  $\hat{f} : X \rightarrow \mathbb{R}$  (para el recubridor usual  $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{S}^1$ ) entonces  $X$  es simplemente conexo.

**Ejercicio 2** (5 puntos). Consideremos la aplicación  $p : \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$  dada por

$$p(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1x_3 - x_2x_4, x_1x_4 + x_2x_3, x_1(x_3^2 - x_4^2) - 2x_2x_3x_4, 2x_1x_3x_4 + x_2(x_3^2 - x_4^2))$$

o equivalentemente,

$$p(\cos \theta, \sin \theta, \cos \varphi, \sin \varphi) = (\cos(\theta + \varphi), \sin(\theta + \varphi), \cos(\theta + 2\varphi), \sin(\theta + 2\varphi))$$

Demuestra que  $p$  es una aplicación recubridora (3.5 puntos). Además, para el punto  $x_0 = (1, 0, 1, 0)$  calcula  $p_*(\pi_1(\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1, x_0))$  (1.5 puntos).